

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ В ШАРУВАТИХ КОНСТРУКЦІЯХ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ**

**Глухов Юрій Петрович, к.ф.-м.н, доц.**  
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

Практично в усіх областях природознавства і техніки виникають проблеми, пов'язані з теорією поширення пружних хвиль. Однією з цікавих і актуальних проблем, аналіз якої неможливо провести у рамках класичної теорії поширення пружних хвиль, є теорія поширення пружних хвиль в тілах з початковими напруженнями, круг прикладних аспектів якої дуже широкий.

Робота присвячена вивченню динамічних процесів у багатошарових заздалегідь напружених тілах при дії рухомого поверхневого навантаження.

Загальна постановка класу задач, що досліджується, виглядає наступним чином. Розглядається багатошарова смуга, що складається із  $N$  шарів, які лежать на пружному напівпросторі або жорсткій основі.

Граничні поверхні шарів плоскі і паралельні між собою. Товщина шарів довільна.

Елементи шаруватого середовища складаються з стисливих або нестисливих попередньо напружених ізотропних нелінійно-пружних матеріалів з довільною формою пружного потенціалу. У випадку ортотропного тіла вважаємо, що пружно-еквівалентні напрямки співпадають з напрямками осей вибраної системи координат.

Вважаємо, що початковий напружено-деформований стан шаруватого середовища є однорідним.

До вільної границі першого шару прикладено навантаження, що рухається з постійною швидкістю. Відносно системи координат, зв'язаної з цим навантаженням, існує усталений плоский деформований стан.

Також припускаємо, що напруження, які виникають за рахунок дії навантаження, є значно менші початкових напружень. Вказане припущення дозволяє застосувати лінеаризовану теорію пружності [1] для опису додаткового напруженого стану, викликаного дією навантаження.

Розв'язок задачі отриманий в загальному вигляді за допомогою методу інтегральних перетворень Фур'є для різних умов контакту між елементами шаруватого середовища і швидкостей руху поверхневого навантаження.

Приведені формули для трансформант характеристик напружено-деформованого стану елементів шаруватого середовища.

Узагальнено результати досліджень впливу початкових напружень і швидкості руху поверхневого навантаження на значення коренів характеристичних рівнянь, що відповідають рівнянням руху елементів

багатошарового попередньо напруженого середовища [2, 3].

Проведена оцінка можливих значень коренів характеристичних рівнянь. Для двовимірних задач отримана необхідна і достатня умова існування кратних коренів характеристичних рівнянь, що визначається механічними характеристиками елементів багатошарового середовища, початковими (залишковими) напруженнями та швидкістю поверхневого навантаження.

На основі отриманих результатів проведені чисельні дослідження впливу початкових напружень на значення коренів характеристичних рівнянь та на напружено-деформований стан багатошарового середовища.

Чисельні дослідження виконані в рамках теорії скінчених початкових деформацій для стисливого матеріалу з гармонічним потенціалом і для нестисливого матеріалу з потенціалом типу Бартенєва-Хазановича.

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки:

Врахування початкових напружень у рамках лінеаризованої теорії пружності приводить до нових постановок задач про взаємодію деформованих тіл, що істотно відрізняються від постановок класичних завдань теорії пружності.

Початкові (залишкові) напруження істотно впливають на значення параметрів, що характеризують напружено-деформований стан шаруватих конструкцій.

В загальному випадку для стисливих і нестисливих матеріалів існують дозвуківі швидкості руху навантаження, при яких можливе існування дійсних кратних коренів характеристичних рівнянь.

Початкові (залишкові) деформації суттєво впливають на значення коренів характеристичних рівнянь особливо при дозвуківих швидкостей руху навантаження.

При відповідних значеннях швидкостей навантаження вплив початкових напружень на значення коренів характеристичних рівнянь може значно зменшуватись або збільшуватись.

Отримані результати можуть бути використані під час дослідження напружено деформованого стану елементів багатошарових попередньо напружених конструкцій під дією рухомого навантаження.

[1]. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: “А.С.К”, 2004. – 672 с.

[2]. Глухов Ю.П. Представление решения задачи о реакции многослойного полупространства с начальными напряжениями на подвижную нагрузку. Сжимаемый материал // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 3(62). - Дніпропетровськ, 2009. -С. 105 – 110.

[3]. Глухов Ю.П. Реакція багатошарового напівпростору з початковими напруженнями на рухоме навантаження. Нестисливий матеріал // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. Випуск 14. – Львів, 2011. – С. 23 – 28.