

ДО ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК ТИПУ ТИМОШЕНКА В НЕОРТОГОНАЛЬНІЙ КРИВОЛІНІЙНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Мейш В.Ф., д.ф.-м.н., проф.,

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ
e-mail: yfmeish@gmail.com

Розглядається лінійний варіант рівнянь коливань теорії оболонок типу Тимошенка в криволінійній неортогональній системі координат x^1, x^2 на серединній поверхні оболонки. Система рівнянь коливань представлена в дивергентному вигляді [1 - 3].

$$\nabla_k T^{ik} - b_k^i T^{k3} + q^i = \rho h \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2}, \quad (i=1, 2); \quad (1)$$

$$\nabla_k T^{k3} - b_{ks} T^{ks} + q_3 = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2};$$

$$\nabla_k M^{ik} - T^{k3} \pm m^i = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial t^2}, \quad (i=1, 2);$$

$$\nabla_k T^{ik} = \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_k \left(\sqrt{g} T^{ik} \right) + \Gamma_{ak}^i T^{ak};$$

$$\nabla_k M^{ik} = \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_k \left(\sqrt{g} T^{ik} \right) + \Gamma_{ak}^i T^{ak}; \quad g = a_{11}a_{22} - a_{12}^2; \quad a_{12} \neq 0.$$

Позначення в рівняннях (1) введено згідно [1, 3]. Рівняння коливань (1) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами.

Для побудови чисельного алгоритму використовується інтегро – інтерполяційний підхід побудови скінчено – різницевих схем по просторовим координатам x^1, x^2 та явній різницевій апроксимації по часовій координаті t [2, 4]. Розглядається побудова різницевих рівнянь на прикладі першого рівняння системи (1)

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\sqrt{g} T^{11} \right) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\sqrt{g} T^{12} \right) + \Gamma_{11}^1 T^{11} + \quad (2)$$

$$+ 2\Gamma_{21}^1 T^{12} + \Gamma_{22}^1 T^{22} - b_1^1 T^{13} - b_2^1 T^{23} + q^1 = \rho h \frac{\partial^2 u^1}{\partial t^2}.$$

В цьому випадку різницевий аналог рівнянь (2) має вигляд:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right)_{l,m} \frac{1}{\Delta x^1} \left[\left(\sqrt{g} T^{11} \right)_{l+1/2,m}^n - \left(\sqrt{g} T^{11} \right)_{l-1/2,m}^n \right] + \\ & + \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right)_{l,m} \frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(\sqrt{g} T^{12} \right)_{l+1/2,m}^n - \left(\sqrt{g} T^{12} \right)_{l-1/2,m}^n \right] + \\ & + \left(\Gamma_{11}^1 T^{11} \right)_{l,m}^n + 2 \left(\Gamma_{21}^1 T^{12} \right)_{l,m}^n + \left(\Gamma_{22}^1 T^{22} \right)_{l,m}^n - \\ & - \left(b_1^1 T^{13} \right)_{l,m}^n - \left(b_2^1 T^{23} \right)_{l,m}^n + q_{l,m}^1 = \rho h \left(u_{l,m}^1 \right)_{\bar{t}\bar{t}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогічним чином апроксимуються останні рівняння системи (1) та співвідношення зусилля - деформації. Різницеві позначення в рівняннях (3) введено згідно [1, 3].

Як числовий приклад, розглядалася задача динамічної поведінки зрізаної конічної оболонки еліптичного перерізу при дії розподіленого імпульсного навантаження. Отримані результати дозволяють проводити детальний аналіз напружено деформованого стану вихідної конструкції на досліджуваному інтервалі часу.

1. Гуляев В.И. Устойчивость нелинейных механических систем / Гуляев В.И, Баженов В.А., Гоцуляк Е.А. – Львов: Вища школа, 1982. – 255 с.
2. Головки К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
3. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложениями к механике / Кильчевский Н.А. – К.: Наук. думка, 1972. – 148 с.

ON THE SOLUTION OF DYNAMIC PROBLEMS OF TIMOSHENKO TYPE THEORY OF SHELLS IN NON-ORTHOGONAL COORDINATE SYSTEM

We consider the linear version of the vibration equations of shell theory Timoshenko type in a curvilinear coordinate system. The system of equations oscillations are presented in divergence form. For building the numerical algorithm used integro - interpolation approach for constructing finite - difference schemes for the spatial coordinates and the explicit difference approximation of the time coordinate. As a numerical example, the problem of dynamic behavior of truncated conical shell elliptical cross section under the action of a distributed load pulse is considered.

