

РОЗРАХУНОК ОВАЛЬНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТРУБ З ВРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНИХ ФАКТОРІВ

Комарчук С.М., асп.

Піголь О.В., асп.

Сторожук Є.А., д.ф.-м.н., проф.

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ, stevan@ukr.net

Тонкі некругові циліндричні оболонки, як елементи сучасних конструкцій, знаходять широке застосування в інженерній практиці. При розрахунках вказаних елементів конструкцій на міцність і жорсткість потрібно враховувати, як нелінійні властивості їх матеріалів (пластичні деформації), так і великі (скінченні) прогини.

Коротко опишемо методику дослідження нелінійного деформування нескінченно довгої овальної циліндричної оболонки при дії статичного навантаження. В роботі розглянуті такі варіанти поперечного перерізу оболонки.

1. Радіус кривини r поперечного перерізу є неперервною функцією кута φ між нормаллю і малою віссю перерізу [1]:

$$r = r_0(1 + \xi \cos 2\varphi); \quad \xi = 3 \frac{a-b}{a+b}; \quad r_0 = \frac{a+b}{2}, \quad (1)$$

де a, b – велика і мала півосі овалу.

2. Радіус кривини поперечного перерізу є східчасто-змінною функцією, коли овал складається з двох пар дуг кіл, радіуси яких при заданих півосях перерізу визначаються за формулами [2]:

$$r_1 = a \frac{1+k^2 - k\sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}}; \quad k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}; \quad (2)$$

$$r_2 = a \frac{1+k^2 - \sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}} \quad (r_1 > r_2).$$

Тут кут α відповідає точці спряження дуг кіл.

Вважаємо, що оболонка знаходиться під дією рівномірного поперечного навантаження $q = \text{const}$, тоді переміщення в усіх поперечних перерізах оболонки будуть однаковими, а осьова деформація рівною нулю.

Основні нелінійні рівняння оболонки в цьому випадку мають вигляд:

рівняння рівноваги

$$\frac{dN}{rd\varphi} + \frac{Q^*}{r} = 0; \quad \frac{dQ^*}{rd\varphi} - \frac{N}{r} + q = 0; \quad (3)$$

$$\frac{dM}{rd\varphi} - Q = 0; \quad Q^* = Q + \vartheta N;$$

геометричні співвідношення

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \frac{1}{2} \vartheta^2; \quad \varepsilon^0 = \frac{dv}{rd\varphi} + \frac{w}{r}; \quad \mu = -\frac{d\vartheta}{rd\varphi}; \quad \vartheta = \frac{dw}{rd\varphi} - \frac{v}{r}; \quad (4)$$

фізичні співвідношення

$$\sigma = \sigma^0 + \sigma^H; \quad \sigma^0 = \frac{2G}{1-\nu} (\varepsilon^0 + \gamma\mu); \quad (5)$$

$$\sigma^H = \frac{G}{1-\nu} \vartheta^2 + 2G \left(\frac{1-\omega_i}{1-\nu_i} - \frac{1}{1-\nu} \right) (\varepsilon + \gamma\mu),$$

де N, Q, M – внутрішні зусилля і момент; ε, μ – мембранна і згинна деформації; ϑ – кут повороту дотичної до поперечного перерізу; γ – координата, яка напрямлена по нормалі до серединної поверхні оболонки; σ – напруження; G – модуль зсуву матеріалу оболонки; ω_i, ν_i – функція пластичності і змінний коефіцієнт поперечної деформації.

Для розв'язання нелінійних рівнянь (3) – (5) автори розробили аналітично-чисельну методика, яка базується на використанні аналітичного і чисельного інтегрування, а також методу послідовних наближень типу простої ітерації.

1. Romano F., Ramlet D. Noncircular Rings Under Shear Load // Jour. Frank. Instit. – 1967. – 284, No 5. – P. 283 – 299.
2. Железнов Л.П., Кабанов В.В., Бойко Д.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при чистом изгибе с внутренним давлением // СО РАН, ПМТФ. – 2006. – 47, № 3. – С. 119 – 125.

CALCULATION OVAL CYLINDRICAL TUBES CONSIDERING NONLINEAR FACTORS

Is described analytically-numerical technique to study elastoplastic state of flexible long cylindrical shells of oval cross section.