

## ДИСПЕРСІЯ ХВИЛЬ У ПОПЕРЕДНЬО ДЕФОРМОВАНОМУ СТИСЛИВОМУ ПРУЖНОМУ ШАРІ, ЯКИЙ ВЗАЄМОДІЄ З ШАРОМ ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ

**Багно О.М., д.ф.-м.н., пров.н.с.**

Інститут механіки імені С.П. Тимошенка Національної академії наук України,  
м. Київ, e-mail - [alexbag2010@mail.ru](mailto:alexbag2010@mail.ru)

У більшості публікацій, присвячених аналізу закономірностей поширення хвиль у шаруватих середовищах, в основному, наведені результати, які отримані у рамках класичної теорії пружності. Разом з тим ця модель не охоплює ряд властивостей, які притаманні реальним тілам і здатних істотно вплинути на хвильові процеси в них. До числа таких факторів належать початкові напруження. У зв'язку з цим виникає потреба застосування моделей, які більш повно описують реальні середовища. Однією з них є модель, яка враховує початкові напруження тіла. Вона дозволяє у рамках лінеаризованої теорії дослідити вплив початкових деформацій на закономірності розповсюдження хвиль у шаруватих середовищах і отримати інформацію щодо меж застосування моделі, заснованої на рівняннях класичної теорії пружності. Огляд наукових праць та аналіз одержаних результатів наведено в [1].

У запропонованому повідомленні для дослідження хвильового процесу використано постановки задач аерогідропружності та метод, які базуються на залученні представлень загальних розв'язків рівнянь тривимірної лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими деформаціями та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для ідеальної стисливої рідини вперше отриманими та запропонованими в [2–5]. У рамках цього підходу розв'язано дві задачі Штурма-Ліувілля на власні значення та отримано дисперсійне рівняння, яке розв'язувалось чисельно для стисливого матеріалу, пружні властивості якого описувалися триінваріантним потенціалом Мурнагана. Побудовані дисперсійні криві нормальних хвиль для широкого спектру частот та проаналізовано вплив початкових деформацій пружного шару, а також товщини і параметрів рідкого шару на них.

Результати обчислень представлені на рисунках 1–3.

На рис. 1 представлені дисперсійні криві для гідропружного хвилеводу, які показують залежності безрозмірних фазових швидкостей  $\bar{c}$  від безрозмірної товщини шару рідини  $\bar{h}_1$  для пружного шару з товщиною рівною  $\bar{h}_2 = 10$  при відсутності початкових деформацій.

Характер впливу попереднього розтягу на швидкості мод у пружному шарі, який взаємодіє з шаром рідини, ілюструють графіки на рис. 2 та 3, де представлені залежності відносних змін величин фазових швидкостей  $c_\varepsilon$  ( $c_\varepsilon = (c_\sigma - c)/c$ ,  $c_\sigma$  – фазова швидкість нормальних хвиль у попередньо напруженому шарі,  $c$  – фазова швидкість нормальних хвиль у системі при відсутності початкових деформацій) від товщини шару рідини. На цих рисунках представлені дисперсійні криві для гідропружного хвилеводу, товщина пружного шару якого дорівнює  $\bar{h}_2 = 10$ .

Графіки для гідропружної системи, які наведені на рис. 1, для випадку товстого твердого шару з  $\bar{h}_2 = 10$  показують, що при зростанні товщини рідкого шару  $\bar{h}_1$  швидкість нульової антисиметричної моди  $0_a$ , яка поширюється уздовж границі контакту середовищ, прямує до швидкості хвилі Стоунлі, а швидкість нульової симетричної моди  $0_s$ , яка локалізується уздовж вільної поверхні пружного шару, – до швидкості хвилі Релея. При збільшенні товщини рідкого шару швидкість першої антисиметричної моди  $1_a$  прямує до швидкості хвилі, величина якої менше швидкості поширення звуку в рідині. Фазові швидкості усіх інших вищих мод прямують до швидкості поширення звуку в рідині.

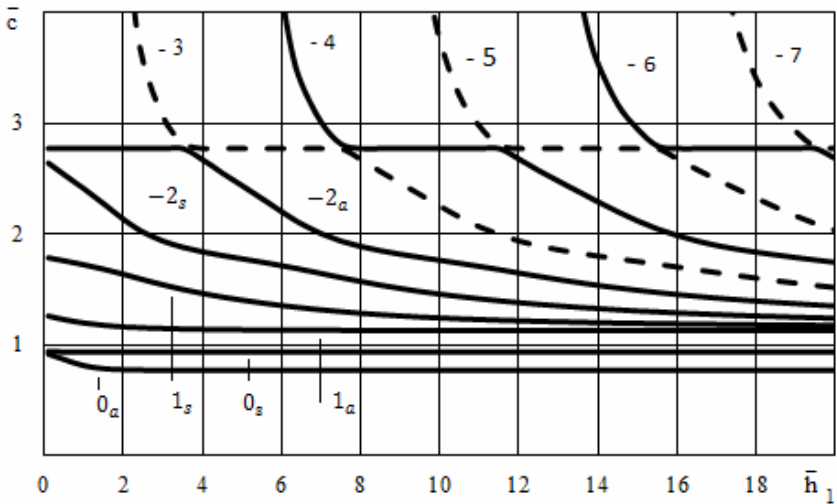


Рис. 1. Залежності фазових швидкостей мод від товщини шару рідини при відсутності початкових напружень

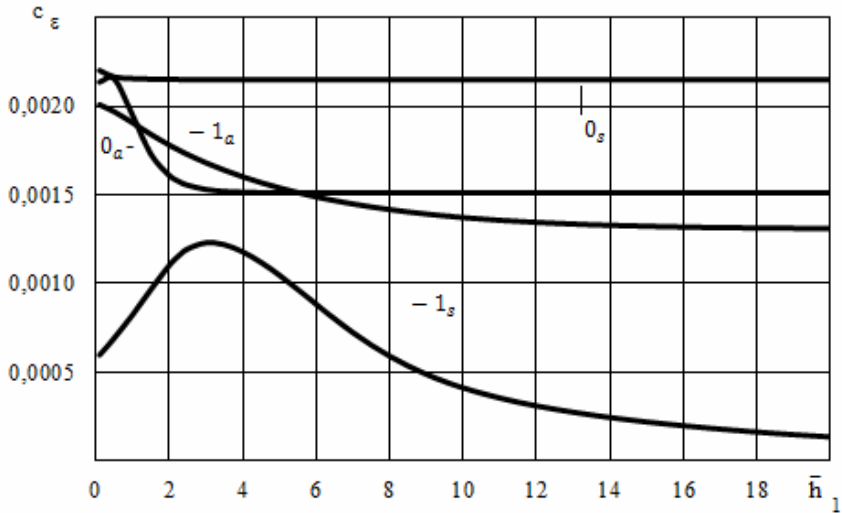


Рис. 2. Залежності відносних змін фазових швидкостей мод  $0_a$ ,  $0_s$ ,  $1_a$  та  $1_s$  від товщини шару рідини при дії початкового розтягу

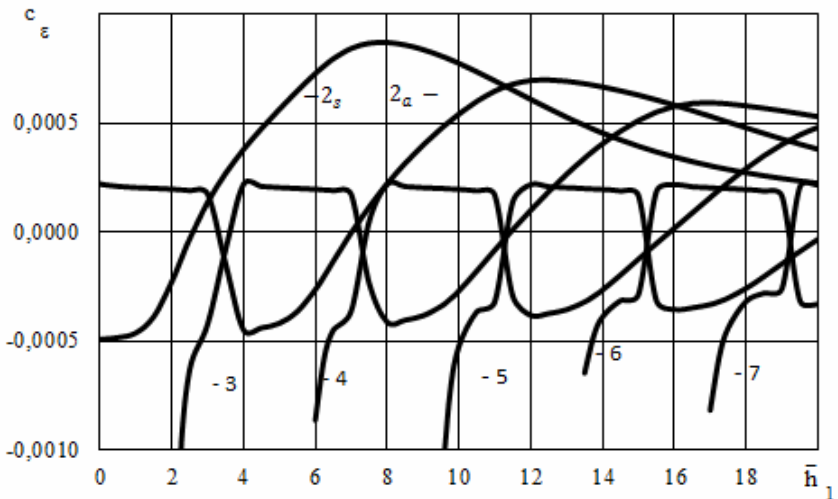


Рис. 3. Залежності відносних змін фазових швидкостей мод  $2_a$ ,  $2_s$  та 3–7 від товщини шару рідини при дії початкового розтягу

З графіків, зображених на рис. 2 та 3, випливає, що початковий розтяг пружного шару призводить до підвищення фазових швидкостей нульової і першої антисиметричної та симетричної мод, а також другої антисиметричної моди. Швидкості усіх вищих мод 3–7, які породжені шаром рідини, в околі

частот їх зародження стають менше відповідних швидкостей у шарі без початкових напружень. Вплив початкового розтягу на фазові швидкості усіх мод із збільшенням товщини шару рідини зменшується. Незважно бачити, що для мод, починаючи з другої, і далі для всіх наступних існують товщини рідкого шару та певні частоти, при яких попереднє деформування не впливає на їх фазові швидкості. Ця якісно нова закономірність, яка відсутня у випадку поширення хвиль у необмежених та напівобмежених тілах, вперше була виявлена для пружного шару, що не взаємодіє з рідиною, та приведена у роботі [5]. У розглянутому тут випадку товстого пружного шару кожна мода 3–7, яка породжена рідиною, має три такі частоти. З представлених графіків випливає також, що для окремих діапазонів частот попередній розтяг пружного шару може призводити як до підвищення, так і до зменшення величин фазових швидкостей хвиль.

- [1]. Vagno A.M., Guz A.N. Elastic waves in pre-stressed bodies interacting with a fluid (survey) // Int. Appl. Mech. – 1997. – **33**, № 6. – P. 435 – 463.
- [2]. Гузь А.Н. О задачах аэрогидроупругости для тел с начальными напряжениями // Прикл. механика. – 1980. – **16**, № 3. – С. 3 – 21.
- [3]. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. В 2-х томах. – Киев: Наук. думка, 1986.
- [4]. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: А.С.К., 2004. – 672 с.
- [5]. Гузь А.Н., Жук А.П., Махорт Ф.Г. Волны в слое с начальными напряжениями – К.: Наук. думка, 1976. – 104 с.

### **Dispersion of waves in a pre-deformed compressible elastic layer that interacts with a layer of an ideal compressible fluid**

*Problem about acoustic waves propagation in preliminarily deformed elastic medium, which contacts with layer of ideal compressible fluid, is under consideration. Investigation is done on the basis of three-dimensional equations of the linearized theory of elasticity for finite deformations of elastic layer and the three-dimensional linearized Euler equations for ideal compressible fluid. We used statement of the problem and approach, which are based on representation of general solutions of linearized equations for elastic and fluid layers. Dispersion equation, which describes propagation of harmonic waves in hydroelastic system in wide range of frequencies, is derived. Characteristic equation is solved numerically and dispersion curves for wide range of frequencies for thick elastic layer are constructed. We analyzed effect of initial deformations, thickness of layers of elastic body and fluid on phase velocities of normal waves. It was shown that starting from the second mode there thicknesses of fluid layer and certain frequencies, for which preliminary deformation has no effect on their phase velocities.*

*Key Words: elastic compressible layer, layer of ideal compressible fluid, initial stresses, harmonic waves.*