

ПРО ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНІЧНОЇ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ДЕФОРМУВАННЯ НЕКРУГОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Сторожук Є.А., д.ф.-м.н., проф.

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ, stevan@ukr.net

В теорії оболонок поряд з загальними рівняннями використовуються спрощені рівняння, які базуються на деяких додаткових припущеннях. Широке застосування отримав варіант рівнянь, які називають рівняннями технічної теорії оболонок Муштарі–Донелла–Власова [1].

Розглянемо нескінченно довгу некругову циліндричну оболонку товщини h . Серединну поверхню оболонки віднесемо до криволінійної ортогональної системи координат (x, φ) , де x – довжина твірної, а φ – кут між нормаллю до серединної поверхні і малою віссю поперечного перерізу. Оболонка знаходиться під дією поперечних поверхневих q і крайових Q_k сил, які не залежать від координати x . Тоді деформації і напруження в кожному поперечному перерізі оболонки будуть однаковими, а всі шукані величини будуть залежати тільки від координати φ .

Згідно припущень технічної теорії оболонок у виразі для згинної деформації виключаємо члени, залежні від тангенціального переміщення u . В результаті отримаємо вираз для згинної деформації через прогин w

$$\mu = \frac{d\mathcal{G}}{rd\varphi}; \quad \mathcal{G} = -\frac{dw}{rd\varphi}, \quad (1)$$

де r – радіус кривини поперечного перерізу; \mathcal{G} – кут повороту нормалі.

В першому рівнянні рівноваги нехтуємо членом з поперечним зусиллям

$$\frac{dN}{rd\varphi} = 0; \quad \frac{dQ}{rd\varphi} - \frac{N}{r} + q = 0; \quad \frac{dM}{rd\varphi} - Q = 0. \quad (2)$$

Тут N, Q, M – внутрішні зусилля і момент.

Конкретні числові результати отримані для відкритої нескінченно довгої овальної циліндричної оболонки ($0^\circ \leq \varphi \leq \varphi_k$), повздовжній край $\varphi = \varphi_k$ якої жорстко закріплений, а на краю $\varphi = 0^\circ$ діє рівномірно розподілена поперечна сила Q_k . Радіус кривини поперечного перерізу визначається співвідношеннями [2]:

$$r = r_0(1 + \xi \cos 2\varphi); \quad \xi = 3 \frac{a-b}{a+b}; \quad r_0 = \frac{a+b}{2}, \quad (3)$$

де a, b – велика і мала півосі овалу.

Розрахунки виконані для таких значень параметрів оболонки:

$$a/h = 150; \quad b/h = 100; \quad E = 67 \text{ ГПа}; \quad \nu = 0,3; \quad Q_k/h = 0,1 \text{ МПа}.$$

Тут E, ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки.

В табл.1 представлені значення відносних тангенціальних переміщень ($\tilde{u} = u/h$) і прогинів ($\tilde{w} = w/h$) на контурі $\varphi = 0^\circ$ для декількох значень кута розхилу оболонки φ_k , отримані з використанням як рівнянь технічної теорії оболонок (ТТО), так і загальних рівнянь теорії непологих оболонок (ТНО). Там же наведені похибки (Δ) результатів, отриманих за допомогою ТТО.

Таблиця 1. Відносні переміщення на контурі $\varphi = 0^\circ$

$\varphi_k, ^\circ$	\tilde{u}			\tilde{w}		
	ТТО	ТНО	$\Delta, \%$	ТТО	ТНО	$\Delta, \%$
10	0,00753	0,00749	0,53	0,11564	0,11494	0,61
20	0,11089	0,10871	2,02	0,86454	0,84443	2,38
30	0,48989	0,46936	4,37	2,61208	2,48296	5,20
45	1,84565	1,68975	9,23	6,94693	6,26603	10,87
60	3,97570	3,46054	14,88	12,1299	10,3429	17,31
90	8,66612	6,85833	26,36	21,0565	16,2699	29,44

З аналізу представлених результатів випливає, що при розрахунку даних оболонок з кутом розхилу $\varphi_k \leq 30^\circ$ можна використовувати як рівняння ТНО, так і ТТО, а з кутом $\varphi_k > 30^\circ$ – тільки ТНО.

1. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 402 с.
2. Romano F., Ramlet D. Noncircular Rings Under Radial Load // Jour. Frank. Instit. – 1964. – 277, No 5. – P. 444 – 463.

ON THE APPLICATION OF THE TECHNICAL THEORY OF SHELLS IN THE STUDY OF THE DEFORMATION OF NONCIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS

The following limits of applicability of the technical theory of shells in the calculation noncircular cylindrical shells