

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ЦЕЛИ ЗАДАЧИ СИСТЕМОГО РАЗМЕЩЕНИЯ СОСТАВНЫХ ДЕТАЛЕЙ НА МАТЕРИАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Разработка и внедрение в производство методов автоматизированного построения рациональных схем раскрою позволяет эффективно использовать материальные ресурсы, уменьшить отходы, расходы на их утилизацию, и соответственно снизить вредное влияние производства на окружающую среду.

Технологическая постановка задачи. Имеем k разных деталей $S_i, i=1,2,k$. Образовать с них гнездо и разместить их на материале с шириной Sh и длиной Dl с максимальным коэффициентом использования материала P .

Математическая постановка задачи. Из множества допустимых составных плоских геометрических объектов $S^p = \bigcup_{i=1}^k S_i, p=1,2,\dots,q$ для k разных плоских геометрических объектов S_i , где $i=1,2,\dots,k$ найти такой составной плоских геометрический объект $S^* = \bigcup_{i=1}^k S_i$ и среди множества допустимых одинарных решеток $\Lambda = n\vec{a}^* + m\vec{b}^*$ (двойных решеток $W_l = n\vec{a}_l + mb_l + l\vec{q}_l$), где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_l; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m_l; l = 0, 1$, для составного плоского геометрического объекта S^* найти такую одинарную решетку $\Lambda^* = n\vec{a}^* + m\vec{b}^*$ (двойную решетку $W^* = n\vec{a}^* + m\vec{b}^* + l\vec{q}^*$), которая обеспечит решетчатую схему раскроя с

максимальным коэффициентом $P = \frac{\sum_{i=1}^h r_i \cdot |S_i|}{Dl \cdot Sh}$ на прямоугольной области с шириной Sh и длиной Dl ($|S_i|$ - площадь детали S_i, r_i - количество i -х деталей в схеме раскроя).

Для определения значения функции цели P необходимо определить количество деталей каждого вида в раскройной схеме.

Необходимым условием того, что деталь будет размещаться на материале, есть то, что полюс $P_k(Xp_k, Yp_k)$ детали S лежит на материале, то есть

$$\begin{cases} 0 \leq Xp^k \leq Dl \\ 0 \leq Yp^k \leq Sh \end{cases} \quad (1)$$

Достаточные условия размещения деталей на материале должны исключать из множества деталей, которые удовлетворяют системе неравенств(2), те детали, которые выходят за пределы материала. Для этого необходимая информация, на каком расстоянии от края материала может размещаться полюс детали, чтобы деталь не выходила за пределы материала. Это можно сделать с помощью опорных прямых. Прямая h называется опорной прямой для детали S , если она проходит хотя бы через одну точку на внешнем контуре детали и вся деталь находится по одну сторону от этой прямой (рис. 1).

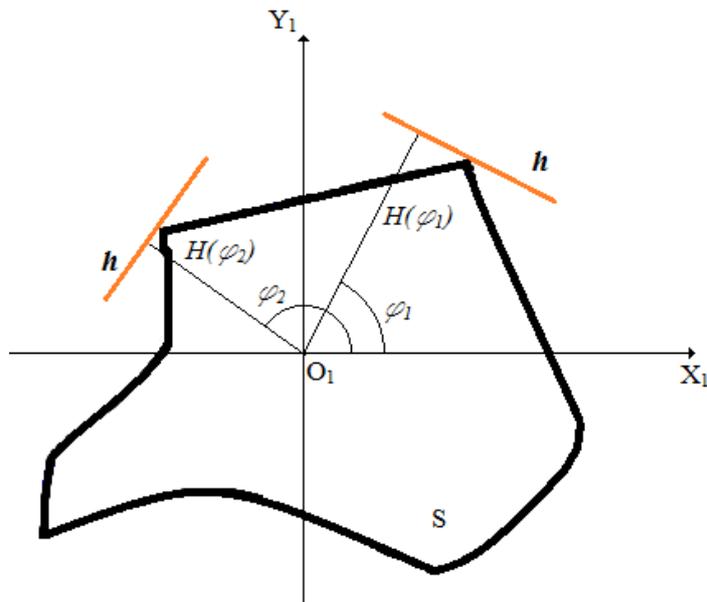


Рис. 1. Опорная прямая

Свяжем с полюсом детали систему координат $X_1O_1Y_1$. Проведем из полюса детали O_1 прямую, перпендикулярную опорной прямой h к пересечению с ней. Длина этого отрезка от полюса к точке пересечения с опорной прямой будет значением опорной функции $H(\varphi)$ для угла φ , который образован перпендикуляром к опорной прямой с осью O_1X_1 (рис. 1). То есть, опорная функция $H(\varphi)$ ставит в соответствие расстояние от опорной прямой к полюсу детали углу φ , который образует нормаль к опорной прямой с осью O_1X_1 .

Функция цели задачи построения рациональных схем раскроя рулонных материалов. Функцией цели задачи есть процент использования материала P , который определяется как отношение суммарной площади размещенных на материале деталей к площади материалу

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^i k_{ij} |S_j|}{Dl \cdot Sh} \cdot 100\% . \quad (2)$$

Так как длина Dl , ширина материала Sh есть постоянные величины, то можно сказать, что функция цели P есть функция от количества k_{ij} деталей S_j у раскройной схеме, т.е. $P_i = \Psi(k_{i1}S_1, k_{i2}S_2, \dots, k_{it}S_t)$.

Рассмотрим задачу “Схема S_0 ”. Тогда за функцию цели можно взять суммарную площадь деталей, что разместились на материале,

$$|S_{\Sigma i}| = \Psi(k_{i1}S_1, k_{i2}S_2, \dots, k_{it}S_t) = \sum_{j=1}^i k_{ij} |S_j| = \sum_{j=1}^i N_{\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1j}, \vec{a}_{2j}, \vec{q}_{jr}) |S_j| ,$$

где $N_{\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1j}, \vec{a}_{2j}, \vec{q}_{jr})$ - функционалы, значение которых соответственно равны количеству деталей S_j , размещенных на материале.

Пусть на плоскости при помощи одинарной решетки $\Lambda = \Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ построены укладки для составной детали S . При построении математической модели (ММ) задачи проектирования схем раскроя рассматривается прямоугольная область Ω . Суммарная площадь $S_{\Sigma i}$ деталей S_j , которые полностью

разместились в области Ω , характеризует качество схемы: чем больше суммарная площадь деталей, тем больше процент использования площади материала.

Суммарная площадь деталей S_{Σ} есть функционал, который зависит от параметров решетки Λ . Тогда

$$S_{\Sigma} = \max_i \left(\sum_{j=1}^l N_{\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}) \cdot |S_j| \right). \quad (3)$$

За определением $N_{\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}) \in \mathbb{Z}$ целочисленная кусочно-постоянная функция.

Для решетки $\Lambda = \Lambda(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ значения функционалов $N_{\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr})$ равны количеству пар (n, m) целых чисел из совокупности $0, \pm 1, \pm 2, \dots$, что удовлетворяют неравенство [1-2]

$$\begin{cases} H_j(\pi) \leq x_{nm}^j \leq Dl - H_j(0) \\ H_j(\frac{\pi}{2}) \leq y_{nm}^j \leq Sh - H_j(\frac{3\pi}{2}) \end{cases} \quad (4)$$

Используем функцию $sign(x)$

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 0 \\ -1, & \text{если } x < 0 \end{cases},$$

Тогда переменные компоненты функции цели можно записать следующим образом:

$$N_{\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + sign(x_{nm}^j - H_j(\pi)) \right) \cdot \left(1 + sign(Dl - H_j(0) - x_{nm}^j) \right) \cdot \left(1 + sign(y_{nm}^j - H_j(\frac{3\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + sign(Sh - H_j(\frac{\pi}{2}) - y_{nm}^j) \right) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_{nm}^j &= na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr} & \bar{a}_{1i} &= \{a_{1ix}, a_{1iy}\} \\ y_{nm}^j &= na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr}, \text{ где} & \bar{a}_{2i} &= \{a_{2ix}, a_{2iy}\} \text{ и } \bar{q}_{jr} = \{q_{xjr}, q_{yjr}\} \end{aligned} \quad (6)$$

Подставив выражение (6) в (5) получим

$$N_{\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + sign(na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr} - H_j(\pi)) \right) \cdot \left(1 + sign(Dl - H_j(0) - na_{1ix} - ma_{2ix} - q_{xjr}) \right) \cdot \left(1 + sign(na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr} - H_j(\frac{3\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + sign(Sh - H_j(\frac{\pi}{2}) - na_{1iy} - ma_{2iy} - q_{yjr}) \right). \quad (7)$$

Подставив выражение (7) в (3) получим аналитическое выражение для функции цели оптимизационной задачи "Схема So".

Рассмотрим задачу „Схема Sp”. Тогда функция цели будет иметь следующий вид:

$$|S_{\Sigma}| = \Psi(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{it}) = \sum_{j=1}^l (k_{ij}^1 + k_{ij}^2) |S_j| = \sum_{j=1}^l (N_{1\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}, \bar{q}) + N_{2\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}, \bar{q})) \cdot |S_j|,$$

где $N_{1\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}, \bar{q})$ и $N_{2\Omega}^{(ij)}(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{q}_{jr}, \bar{q})$ - функционалы, значения которых соответственно равны количеству деталей s_j без поворота та с поворотом на 180 градусов, которые разместились в области Ω .

Пусть на плоскости при помощи двойной решетки $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{q})$ построены укладки для составной детали S [3]. Суммарная площадь деталей S_Σ , которые полностью разместились в области Ω , есть функционалом, который зависит от параметров решетки W . Тогда

$$S_\Sigma = \max_i \left(\sum_{j=1}^i (N_{1\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}) + N_{2\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q})) \cdot |S_j| \right). \quad (8)$$

Для двойной решетки $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{q})$ значение функционалов $N_{1\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q})$ равны количеству пар (n, m) целых чисел из совокупности $0, \pm 1, \pm 2, \dots$, удовлетворяют неравенству

$$\begin{cases} H_j(\pi) \leq x_{nm}^{1j} \leq Dl - H_j(0) \\ H_j(\frac{\pi}{2}) \leq y_{nm}^{1j} \leq Sh - H_j(\frac{3\pi}{2}) \end{cases}, \quad (9)$$

а значение функционалов $(N_{2\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}))$ равны количеству пар (n, m) целых чисел из совокупности $0, \pm 1, \pm 2, \dots$, удовлетворяют неравенству

$$\begin{cases} H_j(0) \leq x_{nm}^{2j} \leq Dl - H_j(\pi) \\ H_j(\frac{3\pi}{2}) \leq y_{nm}^{2j} \leq Sh - H_j(\frac{\pi}{2}) \end{cases}. \quad (10)$$

Переменные компоненты функции цели можно записать следующим образом:

$$N_{1\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + \text{sign}(x_{nm}^{1j} - H_j(\pi)) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Dl - H_j(0) - x_{nm}^{1j}) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(y_{nm}^{1j} - H_j(\frac{3\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Sh - H_j(\frac{\pi}{2}) - y_{nm}^{1j}) \right). \quad (11)$$

$$N_{2\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + \text{sign}(x_{nm}^{2j} - H_j(0)) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Dl - H_j(\pi) - x_{nm}^{2j}) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(y_{nm}^{2j} - H_j(\frac{\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Sh - H_j(\frac{3\pi}{2}) - y_{nm}^{2j}) \right). \quad (12)$$

$$\begin{aligned} x_{nm}^{1j} &= na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr}, & x_{nm}^{2j} &= na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr} + q_x, \\ y_{nm}^{1j} &= na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr}, & y_{nm}^{2j} &= na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr} + q_y \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{де } \vec{a}_{1i} = \{a_{1ix}, a_{1iy}\}, \quad \vec{a}_{2i} = \{a_{2ix}, a_{2iy}\}, \quad \vec{q}_{jr} = \{q_{xjr}, q_{yjr}\} \text{ та } \vec{q} = \{q_x, q_y\}. \quad (14)$$

Подставив выражение (13-14) в (11-12) получим

$$N_{1\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + \text{sign}(na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr} - H_j(\pi)) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Dl - H_j(0) - na_{1ix} - ma_{2ix} - q_{xjr}) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr} - H_j(\frac{3\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Sh - H_j(\frac{\pi}{2}) - na_{1iy} - ma_{2iy} - q_{yjr}) \right). \quad (15)$$

$$N_{2\Omega}^{(ij)}(\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \vec{q}_{jr}, \vec{q}) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} \left(1 + \text{sign}(na_{1ix} + ma_{2ix} + q_{xjr} + q_x - H_j(0)) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Dl - H_j(\pi) - na_{1ix} - ma_{2ix} - q_{xjr} - q_x) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(na_{1iy} + ma_{2iy} + q_{yjr} + q_y - H_j(\frac{\pi}{2})) \right) \cdot \left(1 + \text{sign}(Sh - H_j(\frac{3\pi}{2}) - na_{1iy} - ma_{2iy} - q_{yjr} - q_y) \right). \quad (16)$$

Подставив выражение (15-16) в (8) получим аналитическое выражение для функции цели оптимизационной задачи “Схема Sp ”.

На основе соотношений (1-16) и алгоритмов которые рассмотрены в работах [1-2], разработан алгоритм для автоматизированного построения рациональных схем раскроя рулонных материалов на детали изделий легкой промышленности, который реализован в программное обеспечение в среде программирования Delphi для Windows. Пример построенной схемы представленный на рис. 2.

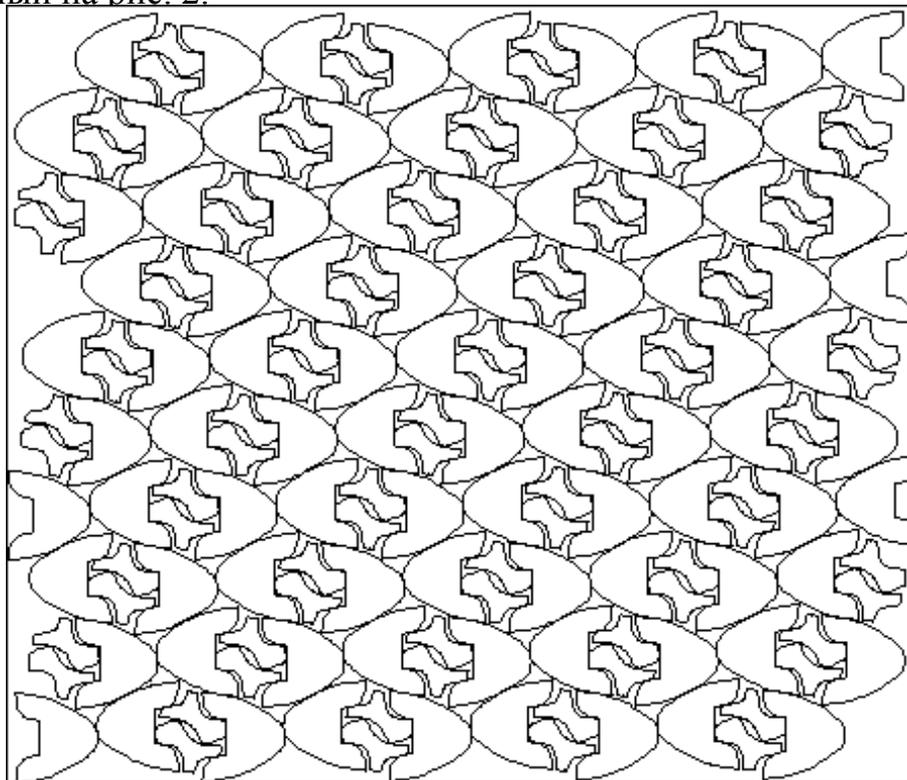


Рис. 2. Раскройная схема для составной детали

Используя это программное обеспечение упростит построение рациональных схем раскроя рулонных материалов . Предложенные математические модели и разработанное программное обеспечение может быть с успехом использовано в машиностроении и других отраслях промышленности

Список литературы

- 1.Чупринка В.И., Мурженко В. С., Омельченко П.В. Алгоритм построения опорной функции для плоских геометрических объектов // Международный сборник научных трудов « Техническое регулирование: базовая основа качества товаров и услуг», Шахты: ЮРГУЭС, . – 2010. – С. 137 – 141.
- 2.Чупринка В.И., Мурженко В. С., Омельченко П.В. Автоматизированное проектирование схем раскроя при прямоугольно-гнездовом методе раскроя // Международный сборник научных трудов « Техническое регулирование: базовая основа качества товаров и услуг», Шахты: ЮРГУЭС, . – 2013. – С. 70 – 72.