

В. Ю. КАЛАШНИК, В. Ю. ЩЕРБАНЬ

Київський національний університет технологій та дизайну

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОПЕРЕЧНОГО РУХУ НИТКИ ПО ПЛОЩИНІ З УРАХУВАННЯМ АНІЗОТРОПІЇ ТЕРТЯ

У роботі на основі дослідження руху нитки по плоскій направляючій поверхні отримані системи диференціальних рівнянь для визначення форми осі і натягу в робочій зоні. З використанням чисельного інтегрування отримані вирази для визначення натягу і форми осі нитки в залежності від анізотропії фрикційних властивостей ниток.

Ключові слова: нитка, що направляє поверхні, анізотропія.

Поперечне ковзання ниток зустрічається в багатьох технологічних процесах текстильної і трикотажної промисловості. При цьому можна підрозділяти поперечне ковзання по напрямним великої і малої кривини.

Поперечне ковзання ниток по напрямних з постійною кривиною поверхні широко зустрічається в трикотажній промисловості, коли відбувається відносно переміщення голок і ниток один щодо одного. При цьому має місце і подовжній рух нитки щодо своєї осі.

Об'єкти та методи дослідження

Удосконалення технологічних процесів легкої та текстильної промисловості повинно базуватися на комплексних дослідженнях процесу взаємодії ниток з напрямними поверхнями великої та малої кривини [1, 2]. Отримання теоретичних залежностей дозволить отримати рівняння для визначення натягу та форми вісі нитки в зоні формування тканини та трикотажу, зменшити відсоток обривів ниток, поліпшити якість готової продукції [2].

Постановка завдання

На основі чисельного інтегрування диференціальних рівнянь та апроксимації результатів отримати залежності для визначення натягу ниток в робочій зоні з урахуванням анізотропії фрикційних властивостей останніх та отримати залежності для визначення форми вісі нитки.

Результати та їх обговорення

На рис.1 показана загальна розрахункова схема. Нитка закріплюється в точках А і В. Тут необхідно відзначити, що дані точки дозволяють нитці рухатися уздовж своєї осі. У довільній точці М на нитку діятиме сила тертя, сила тяжіння, нормальна реакція опори.

Проектуємо сили, що діють на елементарний елемент нитки (рис.2), на осі натурального трикутника з урахуванням позитивного напрямку одиничних ортів, отримаємо

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n R_{\alpha i} &= -P \cos \frac{d\alpha}{2} + P \cos \frac{d\alpha}{2} + dP \cos \frac{d\alpha}{2} - F_{\tau} ds = 0, \\ \sum_{i=1}^n R_{\nu i} &= P \sin \frac{d\alpha}{2} + P \sin \frac{d\alpha}{2} + dP \sin \frac{d\alpha}{2} - F_{\nu} ds = 0, \\ \sum_{i=1}^n R_{\beta i} &= N ds - \mu_0 g ds = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $R_{\alpha i}, R_{\nu i}, R_{\beta i}$ – алгебраїчні суми проєкцій сил, що діють на елементарний відрізок нитки, відповідно на дотичну, нормаль і бінормаль; P – натяг нитки, Н; $d\alpha$ – значення центрального кута для нескінченно малого елемента ds , рад.; F_{τ}, F_{ν} – проєкції сили тертя F на дотичну і нормаль; s – дугова

координата, м; N – питома нормальна реакція, Н; μ_0 – лінійна щільність нитки до розтягнення, кг/м;
 g – прискорення вільного падіння, м/с².

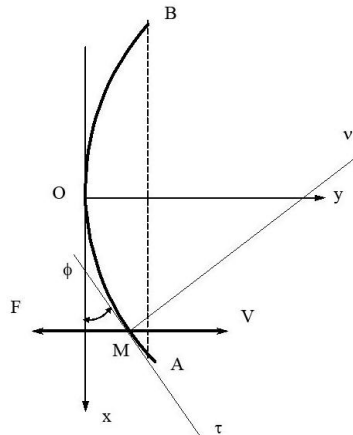


Рис.1. Загальна розрахункова схема

Зважаючи на малий порядок довжини елементарного відрізка нитки ds замінюємо $\sin \frac{d\alpha}{2} \cong \frac{d\alpha}{2}$, $\cos \frac{d\alpha}{2} \cong 1$, тоді система (1) прийме вид

$$\begin{aligned} dP - F_\tau ds &= 0, \\ Pd\alpha - F_\nu ds &= 0, \\ N &= \mu_0 g. \end{aligned} \quad (2)$$

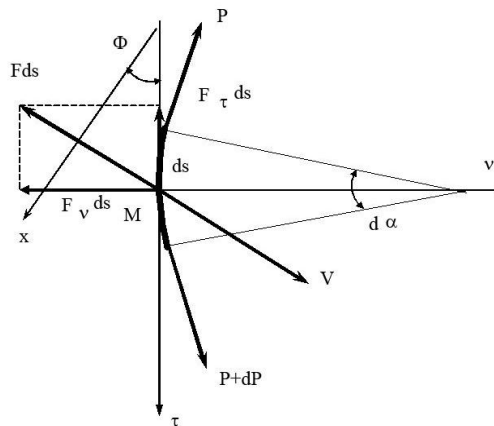


Рис.2. Схема сил, що діють на елементарний відрізок нитки

Перетворимо систему диференціальних рівнянь (2) розділивши ліві і праві частини на ds

$$\begin{aligned} \frac{dP}{ds} &= F_\tau, \\ \frac{Pd\alpha}{ds} &= F_\nu, \\ N &= \mu_0 g. \end{aligned} \quad (3)$$

Або

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_0} \frac{dP}{ds} &= F_\tau, \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{P}{\rho} &= F_\nu, \\ N &= \mu_0 g.\end{aligned}\quad (4)$$

Сили тертя визначаються по наступних формулах

$$\begin{aligned}F_\tau &= F_1 \sin \varphi, \\ F_\nu &= F_2 \cos \varphi,\end{aligned}\quad (5)$$

де φ – кут нахилу дотичної в точці М до осі x , рад.Величини складових сили тертя F_1, F_2 визначаються по формулах

$$F_1 = k_1 N, \quad F_2 = k_2 N, \quad (6)$$

де k_1, k_2 – відповідно коефіцієнти тертя нитки об напрямну у напрямі дотичної і нормалі.

Тоді, з урахуванням виразів (5) – (6), система диференціальних рівнянь (4) прийме вид

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_0} \frac{dP}{ds} &= k_1 N \sin \varphi, \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{P}{\rho} &= k_2 N \cos \varphi, \\ N &= \mu_0 g.\end{aligned}$$

Використовуючи третє рівняння даної системи, отримаємо

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_0} \frac{dP}{ds} &= k_1 \mu_0 g \sin \varphi, \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{P}{\rho} &= k_2 \mu_0 g \cos \varphi.\end{aligned}\quad (7)$$

Розділимо перше рівняння системи (7) на друге

$$\frac{dP \rho}{P ds} = \frac{k_1 \sin \varphi}{k_2 \cos \varphi}, \quad (8)$$

При вирішенні диференціального рівняння (8) враховуватимемо, що

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 y}{dx^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}, \\ ds &= \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx, \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}},\end{aligned}$$

де x, y – координати точки М, м.

Підставляємо останні залежності в рівняння (8), отримаємо

$$\frac{dP \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} dx \frac{d^2 y}{dx^2} P} = \frac{k_1 dy \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}}{k_2 dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}}.$$

Після перетворень отримаємо наступне диференційне рівняння

$$\frac{dP \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]}{P} = \frac{k_1 dy}{k_2 dx} \frac{d^2 y}{dx^2} dx.$$

Або

$$\frac{dP}{P} = \frac{k_1}{k_2} \frac{\frac{dy}{dx} d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]}. \quad (9)$$

Інтегруємо його

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \frac{k_1}{k_2} \int_0^{\frac{dy}{dx}} \frac{\frac{dy}{dx} d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]}.$$

У остаточному вигляді

$$P = P_0 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{k_1}{2k_2}}. \quad (10)$$

Підставляємо вираз (10) в друге рівняння системи (7)

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{P_0 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{k_1}{2k_2}} \frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{k_2 \mu_0 g}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}}.$$

Після перетворень отримаємо

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{k_1}{2k_2} - 1} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{k_2 \mu_0^2 g}{P_0}. \quad (11)$$

У разі, коли $k_1 = k_2$, отримуємо диференціальне рівняння, яке зводиться до еліптичних інтегралів 1-го роду

$$\int_0^{\frac{dy}{dx}} \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{k_2 \mu_0^2 g}{P_0} x. \quad (12)$$

У нашому випадку, для вирішення диференціального рівняння (12) необхідно використовувати чисельне інтегрування. Чисельне інтегрування дозволить отримати масив даних, які апроксимувалися з використанням програмного забезпечення написаного на мові Object Pascal в середовищі Delphi.

Для чисельного інтегрування використовувався метод Рунге-Кутта-Мерсона з автоматичним вибором кроку інтегрування. Даний метод володіє більшою стійкістю до виникнення нестійкості рішення. Для апроксимації використовувалася поліноміальна апроксимація з автоматичним вибором ступеня полінома.

Висновки

Теоретичні дослідження процесу взаємодії ниток з тими, що направляють при поперечному ковзанні дозволили визначити форму осі нитки і її натяг в довільній крапці, що дозволить удосконалити процес її переробки на технологічному устаткуванні текстильної та трикотажної промисловості.

Список використаної літератури

1. Щербань В.Ю., Хомяк О.Н., Щербань Ю.Ю. Механика нити. – К.:КНУТД, 2002.– 196 с.
2. Щербань В.Ю., Слизков А.Н., Озадовский А.Б., Щербань Ю.Ю. Программные и математические компоненты проектирующих подсистем технологических процессов, оборудования, свойств материалов легкой и текстильной промышленности. – К.: Конус-Ю/ – 2009. – 327 с.

Стаття надійшла до редакції 28.02.2012

Исследование поперечного движения нити по площади с учетом анизотропии трения

Калашник В.Ю., Щербань В.Ю.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

В работе на основе исследования движения нити по плоской направляющей поверхности получены системы дифференциальных уравнений для определения формы оси и натяжения в рабочей зоне. С использованием численного интегрирования получены выражения для определения натяжения и формы оси нити в зависимости от анизотропии фрикционных свойств нитей.

Ключевые слова: нить, направляющей поверхности, анизотропия.

Investigation of the transverse motion of the threads on the area, taking into account the anisotropy of the friction

Kalashnik V., Scherban V.

Kiev National University of Technologies & Design

On the basis of study of the motion on the flat yarn guiding surface obtained by a system of differential equations to determine the shape and the axis of tension in the work area. Using numerical integration to obtain expressions for determining the tension of the filament axis and shape depending on the anisotropy of the frictional properties of the filaments.

Keywords: thread, the guide surface anisotropy.