

УДК 621.002.3: 621.89

ГАВРИШ А.П., РОЇК Т.А., ДОРФМАН І.Є., ОЛІЙНИК В. Г.  
Національний технічний університет України «Київський Політехнічний Інститут»

### ТЕПЛОВІ ДЖЕРЕЛА КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ АБРАЗИВНИХ ЗЕРЕН З ПОВЕРХНЕЮ ЗНОСОСТІЙКИХ КОМПОЗИТНИХ ДЕТАЛЕЙ МАШИННИХ КОМПЛЕКСІВ ПРИ ШЛІФУВАННІ

**Мета.** Метою роботи є теоретичні дослідження теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею зносостійких композитних деталей машинних комплексів при шліфуванні.

**Методика.** Дослідження виконувались з використанням математичних методів лінійних перетворень з врахуванням засадничих положень теорії абразивного шліфування деталей машинних комплексів підприємств легкої та харчової промисловості, а також для поліграфічної техніки. Обробка деталей виконувалась на прецизійному плоскошліфувальному верстаті FF-250 "Aberwek" (ФРН) дрібнозернистими ельборовими кругами на еластичній бак елітно-гумовій зв'язці. Зразки для експериментів були виготовлені методами порошкової металургії зі зносостійких композиційних матеріалів на основі відходів алюмінієвих сплавів АК12М2МгН, АМ4,5Кд, АК8МЗч та АК12ММгН + (9–12 %) МоS<sub>2</sub>.

**Результати.** Доведено, що теплові параметри точкових джерел контакту абразивних зерен шліфувальних кругів з поверхнею оброблення деталей зі зносостійких композитів новітніх марок суттєво впливають на формування параметрів якості поверхневого шару. Особливий вплив становлять швидкість шліфованого інструменту, його геометричні розміри, параметри абразивного зерна, глибина шару зрізання матеріалу та подовження подача інструменту. Показано, що мінімізація цих технологічних факторів сприяє поліпшенню якості оброблення.

**Наукова новизна.** Вперше виконано з використанням математичних методів лінійних перетворень теоретичне дослідження впливу теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею оброблення для умов динамічного та швидкоплинного процесу абразивного шліфування зносостійких композиційних матеріалів.

**Практична значимість.** Отримано теоретичні результати дозволяють оцінити вплив технологічних факторів абразивної обробки шліфуванням на формування миттєвих контактних температур у зоні різання абразивного зерна та на цій основі призначати раціональні режими оброблення поверхонь деталей, які забезпечують отримання найкращих показників якості поверхонь (параметрів шорсткості R<sub>a</sub>, наклепу та глибини його проникнення у поверхневий шар тіла деталі).

**Ключові слова:** теплове джерело, контактна взаємодія, абразивні зерна, шліфування, якість поверхні, композитні матеріали.

**Вступ.** У сучасних машинах легкої та харчової промисловості, а також у конструкціях новітнього обладнання поліграфічної галузі широкого застосовують зносостійкі композиційні матеріали, які одержані з цінної та дешевої сировини – промислових шліфувальних відходів кольорових металів, насамперед, алюмінієвих сплавів, які, на жаль, навіть на сьогодні, здебільше вивозяться у відвали і не використовуються у повторному циклі виробництва.

На основі розгалужених робіт з регенерації та повторного використання у виробничому циклі цих сировинних ресурсів [1 – 6] в останні роки були створені оригінальні високозносостійкі композиційні сплави на основі алюмінію АК12М2МгН, АМ4,5Кд, АК8МЗч та АК12ММгН + (9–12 %) МоS<sub>2</sub>. Відомо [1, 2], що композитні сплави на основі алюмінію застосовують у різних машинних комплексах і були створені для деталей тертя, які працюють у в умовах жорстких режимів експлуатації.

Для забезпечення найкращих показників зносостійкості та довговічності робочих поверхонь деталей тертя важливе значення мають параметри якості поверхонь оброблення деталей (шорсткість поверхні, ступінь наклепу, глибина його проникнення у тіло деталі). Вони здебільше, забезпечуються технологічними процесами тонкого абразивного оброблення (шліфування, прецизійна доводка, суперфінішування та хонінгування).

Згідно загальноприйнятим уявленням [2, 7 – 11] якість поверхні при абразивній обробці формується як результат сумісної дії силового та температурного полів безпосередньо у зоні зрізання стружки. При цьому сили в процесі різання зміцнюють поверхневий шар, а температури сприяють його розміцненню (відпочинку). Ці процеси відбуваються одночасно і від того, як вони збалансовані, залежать кінцеві результати параметрів якості поверхневого шару. Очевидно, що рівень миттєвих контактних температур на лезі абразивного зерна шліфувального круга, безумовно, сприяє збереженню високих антифрикційних властивостей спеціально створених композитних сплавів.

Проте питання виникнення теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею зносостійких композитних деталей вивчено недостатньо. Є лише окремі спроби експериментального дослідження у цьому напрямку [13–15]. Узагальнених теоретичних досліджень у цьому плані до цього часу не було. Це не дозволяє оптимізувати режими різання та викликає поширення у виробництві різних технологій, часто суттєвого протирічних, і які здебільшого створені відповідно до можливостей того чи іншого підприємства.

Тому теоретико-математичне дослідження теплових джерел у зоні зрізання стружки абразивним зерном при динамічній контактній взаємодії його ріжучої кромки з поверхнею деталі є актуальним питанням, що має безсумнівне наукове, так і, що не менш важливо, практичне значення для технологів-виробників.

**Мета і завдання.** Метою даної роботи було теоретичне дослідження теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею зносостійких композитних деталей машинних комплексів, які виготовлені зі сплавів на основі алюмінію АК12М2МгН, АМ4,5Кд, АМ8М3ч та АК12ММгН + (9 – 12 %) МоS<sub>2</sub> [2 – 6].

**Результати досліджень.** У процесі контактування абразивного зерна з поверхнею композитної деталі, що обробляється тонким шліфуванням з зрізанням надтонких стружок матеріалу відбувається поєднання двох переміщень-обертання ріжучого шліфувального круга навколо своєї осі зі швидкістю  $V_{ш}$  та горизонтального переміщення інструменту або поверхні оброблення (подачі) один відносно іншого зі швидкістю  $S$ , результатами яких є утворення у просторі складної траєкторії переміщення. Враховуючи умови зародження при зрізанні стружки лезом зерна (внаслідок дії складових сил шліфування, пластичних деформацій поверхневого шару оброблення та утворення залишкових напружень відповідного знаку та величини) контактних теплових джерел від розриву зрізанням стружки цілісного металевого середовища поверхні деталі та віддалення місця зрізу шару металу при безпосередньому контакті абразивного зерна з поверхнею обробки до переміщення від неї на максимальну відстань  $H_δ$ , проекція на площину обробки траєкторії руху у просторі робочого леза абразивного зерна шліфувального круга буде тісно корельовано з геометричними параметрами шорсткості поверхні деталі оброблення.

Встановлення дійсної величини залишеного на поверхні сліду необхідне для наступного визначення особливостей утворення мікрогеометрії профілю поверхні, що оброблювалась технологічними методами тонкого шліфування.

Для встановлення кінематики переміщення у просторі поверхні абразивного зерна (як джерела тепла при зрізанні мікростружки) розглядатимемо етап максимального віддалення гострої вершини зерна від поверхні композиційної деталі, тобто такий етап технологічного процесу, коли відбувається переривання рівномірного руху ріжучого леза у цільному середовищі металу внаслідок виходу його з середовища деталі при швидкісному обертанні шліфувального круга (рис. 1).

У точці О виникає теплове джерело, оскільки відбувається перетворення безпосереднього контакту між абразивним інструментом та поверхнею деталі оброблення. В точці А теплове джерело досягає своєї максимальної довжини –  $H_δ$ , значення якої залежить від ряду технологічних факторів обробки (властивостей композитного сплаву, його здатності до оброблюваності, умови технологічного процесу оброблення та інше).

Попередньо знаємо наступні основні режими шліфування: швидкість обертання абразивного інструменту  $V_{ш}$ , подача  $S$ , радіус шліфувального круга  $R$ , глибина різання (натяг) –  $H_n$ , шліфування однопрохідне попутне без застосування мастильно-охолоджуючої рідини.

Приймаємо осі координат ХОУ початкової позиції схеми процесу. Абсолютним переміщенням ріжучих абразивних зерен  $l$  на даному етапі є рух коловою орбітою з радіусом  $R$  та сталою швидкістю. Розкладаємо це переміщення на два складових рухи: переносний поступальний прямолінійний рух точки О разом з інструментом та її переміщення відносно поверхні обробки.

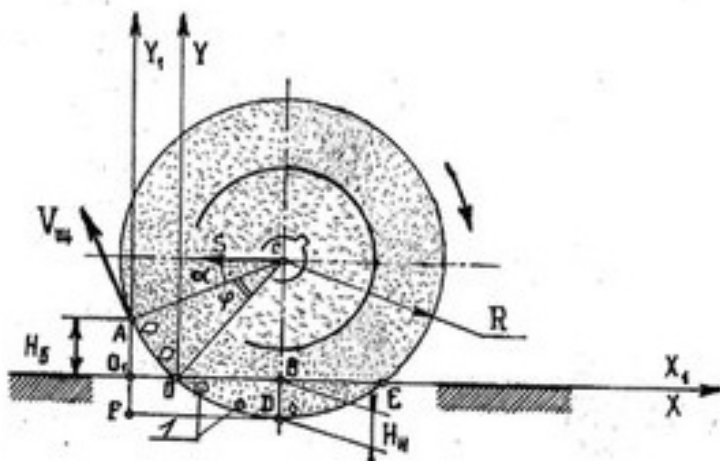


Рис. 1. Схема утворення довжини сліду теплового джерела на поверхні оброблення

Позначені відносні координати системи  $X_1O_1Y_1$  де вісь  $O_1Y_1$  проходить через точку А, вкажемо умову додавання цих переміщень:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{01} + f_1(t); & Y_1 &= Y_{01} + f_2(t), \\ X_1 &= X_{01} + X, & Y_1 &= Y_{01} + Y. \end{aligned} \quad (1)$$

Вказавши кути, утворені поворотом одиночного зерна, встановлюємо абсолютні координат точки О, як точки на робочій поверхні інструменту:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= R \sin(\beta + \varphi) \\ Y_1 &= R \sin \alpha \end{aligned} \right\}.$$

Оскільки довжина дуги  $AO = R \times \varphi = V_{uc} \times t$ , то  $\varphi$  визначаються з виразу

$$\varphi = \frac{(V_{uc} t)}{R}.$$

Координати початку відносної системи відліку

$$\left. \begin{aligned} X_{01} &= St = \frac{(SR\varphi)}{V} \\ Y_{01} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Після встановлення геометричної залежності

$$\left. \begin{aligned} R \sin(\beta + \varphi) &= \frac{(SR\varphi)}{V} + X \\ R \sin \alpha &= Y \end{aligned} \right\}.$$

Таким чином параметричне рівняння відносної траєкторії переміщення у просторі робочої поверхні теплового джерела (рівняння руху кривої) становитиме:

$$\left. \begin{aligned} X &= R \sin(\beta + \varphi) - \frac{(SR\varphi)}{V} \\ Y &= R \sin \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Для зручності розрахунку одержаної системи рівнянь згідно з рис. 1 встановлені значення кутів рухів одиночного абразивного зерна, з застосуванням прийнятих вище параметрів,

$$\alpha = \text{Arc sin} \left[ \frac{R - (H_H - H_\delta)}{R} \right]$$

$$\beta = \text{Arc cos} \left( \frac{R - H_H}{R} \right)$$

$$\varphi = \text{Arc sin} \left( \frac{R - H_H}{R} \right) - \text{Arc sin} \left[ \frac{R - (H_H - H_\delta)}{R} \right]$$

Підставивши одержані значення величини кутів у рівняння (2) та провівши певні математичні перетворення, отримаємо остаточний вираз для встановлення координат точок траєкторії їх переміщення у просторі:

$$\left. \begin{aligned} X &= \left[ 2(H_H - H_\delta) \right] R - (H_H - H_\delta)^2 + \left[ \frac{SR\varphi}{V} \right] \\ Y &= R - (H_H - H_\delta) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Проекція цієї траєкторії на поверхню оброблення вказуватиме розміри сліду теплового джерела, що з врахуванням значень  $V_{ш}$  та  $S$  дозволить встановити час впливу абразивного зерна на поверхню, що важливо для визначення ступеня теплового зміцнення та фізико-механічних змін поверхневого шару основного металу виробу.

Вплив високотемпературного джерела на поверхню металу в процесі шліфування, в основному, сприяє формуванню необхідних якісних параметрів поверхневого шару деталі. В свою чергу, механічне обертання інструменту з достатньо високою швидкістю за умови горизонтального переміщення виробу в напрямі подачі з певною трансляційною швидкістю дає змогу повністю вразити поверхню обробки хаотично розташованими слідами-лунками, що утворені як наслідок впливу дискретних теплових розрядів.

Розглядаючи відрізок прямої переміщення поверхнею оброблення локального теплового джерела і безпосередньо точку переривання його сліду (максимальне віддалення робочої торцевої поверхні зерна від поверхні деталі), в якій наведений відрізок розташований перпендикулярно напрямку подачі і здійснює переміщення в її напрямі з швидкістю  $V_{ш}$ , припускаємо, що на даному відрізку виникатимуть одночасно кілька теплових всплесків. Відстань між двома сусідніми абразивними зернами буде рівною  $2b$ , що становитиме середньо ймовірнісну відстань  $l_p$ .

Температурне поле, що поширюється в матеріалі деталі і утворене внаслідок дії концентрованого теплового джерела від одиничного зерна, впливає відповідно на поширення температурного поля сусіднього всплеску, формуючи в цілому поширення теплового поля всією певною товщиною поверхневого шару виробу. Вважаючи що кожне одиничне температурне джерело виділяє абсолютно однакову теплову потужність, приймаємо для розгляду механізму поширення теплоти наступну модель процесу впливу сукупності теплових джерел на поверхню (для створення більшої універсальності теоретичної моделі авторами запропоновано розглядати поверхню, що має декілька шарів, зокрема, на рис. 2 показана тришарова поверхня).

Вважатимемо, що розподіл густини теплового потоку елементарного (одиничного) теплового джерела підпорядковується нормальному круговому закону.

Окреме теплове джерело переміщується зі швидкістю  $V_{ш}$  поверхнею, за умови, що  $Z = 0$  (рис. 2), нерухомої системи  $XYZ$  у позитивному напрямі осі  $O_1Z$ . Рівняння, що описує прийнятий закон розподілу, відповідає наступному виразу:

$$q(X, Y, Z) = q_0 \exp[-k_0(X^2 + Y^2)]$$

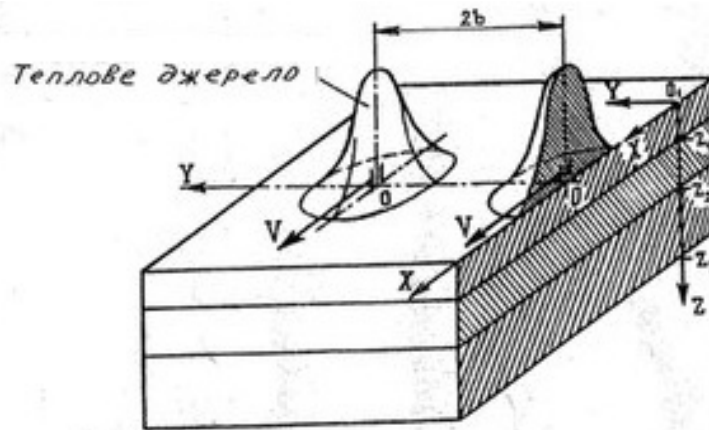


Рис. 2. Схема впливу концентрованого теплового потоку на багатшарову поверхню у процесі переміщення високотемпературного джерела

Виходячи з умови переміщення теплового джерела  $q_1(X', Y)$  із сталою швидкістю, рівняння розподілу щільності теплового потоку, за умови врахування змінної  $X' = (X - V_{ш}t)$ , отримуватиме вигляд:

$$q(X, Y, Z) = q_0 \exp[-k_0(X' - V_{ш}t)] \exp[-k_0 Y^2],$$

де  $q_0$  – максимальне значення щільності розподілу тепловиділення у центрі зони контакти;  
 $k_0$  – коефіцієнт ущільнення теплового потоку;  
 $X, Y$  – відповідні координати точки, необхідні для встановлення радіальної відстані  $r$  від даної точки в зоні дії теплового джерела до його осі симетрії ( $r = (X^2 + Y^2)^{1/2}$ );  
 $X'$  – абсциса певної точки в рухомій системі координат.

Величина середньої потужності тепловиділення  $W$ , що чисельно рівна об'єму фігури, обмеженої поверхнею, яка описується функцією  $q_1(X', Y)$  [16, 17], встановлюється згідно з залежністю

$$W = q_0 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_H} r \exp(-k_0 r^2) dr = \frac{q_0}{k_0} \pi [1 - \exp(-k_0 R_H^2)] = \pi \frac{q_0}{k_0} [1 - \exp(-k_0 (X_H'^2 + Y_H'^2))],$$

де  $\varphi$  – центральний кут утвореної фігури.  
 Функція  $\exp[-k_0 (X_H'^2 + Y_H'^2)]$  перетворюється в нуль ( $X', Y \rightarrow +\infty$ ).

Теоретичні розміри нормально-кругового теплового джерела є необмеженими, однак за умови, що  $\exp[-k_0 (X_H'^2 + Y_H'^2)] < 0,5$  та виразу  $k_0 R_H^2 = k_0 (X_H'^2 + Y_H'^2) > 3,0$  ордината на колі радіусом

$R_H = (X_H'^2 + Y_H'^2)^{1/2} = (\frac{3}{k_0})^{1/2}$  становить лише 5% від величини ординати, що розташована в центрі

теплового джерела. Тому приймаючи  $k_0 = \frac{3}{R_H^2}$  отримуємо

$$q_0 = \frac{W k_0}{\pi(1 - 0,05)} = \frac{3W}{0,9\pi R_H^2} = 1,005189 \frac{W}{R_H^2}, \quad (4)$$

де  $R_H$  – радіус плями нагрівання поверхні оброблення, величину якого встановлюємо згідно залежністю [17]:

$$R_H = \left[ \frac{I}{\pi j} \right]^{1/2},$$

де  $j$  – питома вага теплового контакту у зоні дії джерела.

Ефективна потужність джерела з врахуванням його коефіцієнта корисної дії  $(\eta = \frac{0,7}{12I})$  визначається на основі залежності [16, 17].

$$W_e = \eta IU, \quad (5)$$

де  $I, U$  – відповідно параметри теплового джерела у контакті.

Використовуючи відому залежність між величинами  $I$  та  $U$  (стандарт ГОСТ 95-77),

$$U = 20 + 40I,$$

та застосовуючи вирази (4) та (5), отримаємо:

$$q_0 = 1,005189(20 + 0,04I) \frac{I}{R} \eta. \quad (6)$$

Параметри теплового джерела  $I, U$  встановлюються згідно залежностей, отриманих при дослідженні процесів абразивного шліфування з урахуванням всіх необхідних властивостей матеріалів з композитів [3 – 6].

Згідно [16, 17]

$$I = \frac{SV_\delta c\gamma}{CU_c \eta} \left( \frac{\pi DB}{C_C N_K} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

де,  $S$  – швидкість подачі;

$V_\delta$  – швидкість переміщення теплового джерела поверхнею оброблення;

$c\gamma$  – питома теплоємність зовнішнього верхнього шару;

$C_c$  – кількість ріжучих абразивних зерен;

$D$  – діаметр інструменту;

$B$  – ширина робочої поверхні шліфувального круга;

$N_k$  – кількість зерен, одночасно зрізаючих мікростружку.

Відомо, що поверхня описана нормально-круговим законом, є симетричною відносно осі  $O_1X$  (в напрямку  $O_1Y$ ) то вважатимемо площину  $XO_1Y$  адиабатичною. Для спрощення викладення наступних математичних залежностей вважатимемо, що площина, яка проходить через точку з координатою  $Y_2 = b$ , паралельна площині  $XO_1Z$ , тобто проходить серединою між центрами двох сусідніх теплових джерел, і також є адиабатичною. Отже, теплообмін через вказані площини абсолютно відсутній.

Задача нестационарної теплопровідності для обмеженої багатошарової пластини, граничною поверхнею якої переміщується нормально-кругове джерело теплоти. Маємо вздовж одного координатного напрямку необмежену тришарову призматичну пластину з початковою температурою  $T = T_0 = 0$  °C. В початковий момент часу ( $t = 0$ ) на одній з граничних поверхонь ( $Z = 0$ ) в межах точки починається вплив теплового джерела, питома потужність якого становить  $q_1(X, Y)$ . Одночасно з початком температурного впливу це теплове джерело починає рівномірно і прямолінійно переміщуватися віссю  $OX$  з швидкістю  $V_\delta$ . В даному випадку розподіл теплового потоку описується залежністю (3), а зміна температури у кожному поверхневому шарі деталі відбувається у трьох координатних напрямках.

На межах контакту кількох шарів з характерними тільки їм теплофізичними властивостями, має місце ідеальний тепловий контакт, тобто підтверджується умова неперервності теплового потоку на контактних площинах.

Вздовж осі  $O_1X$  призматична пластинка обмежена, а вздовж осі  $O_1Y$  вона обмежена двома паралельними адиабатичними площинами, які проходять через точки  $Y_1 = 0$  та  $Y_2 = b$ .

Даною задачею необхідно встановити математичні залежності, що дозволять визначити розподіл температури окремо в кожному з поверхневих шарів деталі у будь-який момент часу  $t$ .

Математично сформульована задача зводиться до розв'язку наступних диференціальних рівнянь:

$$\frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j(X, Y, Z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_j(X, Y, Z, t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z^2},$$

де  $a_j = \lambda_j / c_j \rho_j$  – коефіцієнт температуропровідності матеріалу одного з корозійних шарів пластини;

$j = (1, 2, 3 \dots)$  – прийнята нумерація поверхневих пластин, де початком є верхній шар;

$\lambda_j, c_j, \rho_j$  – відповідно коефіцієнти теплопровідності, масової теплоємності та густини окремо для кожного з поверхневих шарів деталі оброблення.

Межі зміни змінних величин  $-\infty < x < +\infty, 0 \leq Y \leq b$ .

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq Z \leq Z_1, j = 1 \\ Z_1 \leq Z \leq Z_2, j = 2 \\ Z_2 \leq Z \leq Z_3, j = 3 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Початкова умова:

$$\left[ T_{J(x, y, z, t)} \right]_{t=0} = 0. \quad (10)$$

Граничні умови:

- умова необмеженості розмірів пластини вздовж координати:

$$\left[ T_j(X, Y, Z, t) \right]_{X \rightarrow +\infty} < +\infty, \left[ \frac{\partial T_j(X, Y, Z, t)}{\partial X} \right]_{X \rightarrow +\infty} < +\infty, \quad (11)$$

- умова відсутності теплового потоку через бокові поверхні пластини (гранична умова 2-го роду):

$$\left[ \frac{\partial T_j(X, Y, Z, t)}{\partial X} \right]_{Y=0} = 0, \left[ \frac{\partial T_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y} \right]_{Y=b} = 0, \quad (12)$$

- умова теплообміну системи, що складається з двох сусідніх шарів, які знаходяться в ідеальному тепловому контакті (гранична умова 4-го роду):

$$\left[ \lambda_1 \frac{\partial T_1(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=Z_1}, \quad (13)$$

$$\left[ T_1(X, Y, Z, t) = T_2(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_1}, \quad (14)$$

$$\left[ \lambda_2 \frac{\partial T_2(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \lambda_3 \frac{\partial T_3(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=Z_2}, \quad (15)$$

$$\left[ T_2(X, Y, Z, t) = T_2(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_3}, \quad (16)$$

- умова конвективного теплообміну між нижньою поверхнею пластини  $Z = Z_3$  та оточуючим середовищем з  $T_0 = 0$ , що підпорядковується закону Ньютона (гранична умова 3-го роду):

$$\left[ -\lambda_3 \frac{\partial T_3(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \alpha_3 T_3(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_3} = 0, \quad (17)$$

- де  $\alpha_3$  – коефіцієнт теплообміну між поверхнею пластини та оточуючим середовищем;
- умова дії теплового джерела на верхній площині пластини ( $Z = 0$ ) за законом розподілу (3) теплового потоку (гранична умова 2-го роду):

$$q(X, Y, t) = \left[ -\lambda_1 \frac{\partial T_1(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=0} q_0 \exp[-k_0(x - Vt^2)] \exp[-k_0 Y^2]. \quad (18)$$

Аналізуючи диференційні рівняння (8), початкові умови (10) – (18), відзначаємо, що вони є однорідними крім крайньої умови (18), яка є неоднорідною. Також зауважимо, що наведені вирази (8) – (18) слід віднести до лінійних.

Розв'язування поставленої задачі проводиться методом виділення змінних або методом Фур'є [17, 18, 19]. Метод Фур'є застосовуємо для отримання розв'язку рівняння теплопровідності параболічного типу [20].

Даний метод полягає у знаходженні розв'язку задачі за певною системою ортогональних функцій, які визначаються задачею Штурма-Ліувілля [21].

Розв'язок рівняння (8) -  $T_j(X, Y, Z, t)$  - виражаємо у вигляді функції

$$T_j(X, Y, Z, t) = U_j(X, Y, Z, t) + W_j(X, Y, Z, t) + V_j(X, Y, Z, t), \quad (19)$$

де  $U_j(X, Y, Z, t)$  – функція, що дає змогу перевести неоднорідні граничні умови (8) у початкові умови та перетворити вихідне диференційне рівняння з однорідного в неоднорідне;

$W_j(X, Y, Z, t)$  – функція, що отримана внаслідок розв'язування крайової задачі, яка складається з неоднорідного диференційного рівняння та однорідних початкових умов;

$V_j(X, Y, Z, t)$  – функція, що отримується як наслідок розв'язування крайової задачі з вихідними однорідними диференційними рівняннями, однорідними граничними та неоднорідними початковими умовами.

Розв'язування поставленої задачі:

а) Визначення функції для отримання однорідних граничних умов.

Функцію  $U_j(X, Y, Z, t)$  визначаємо у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} U_1(X, Y, Z, t) &= A + Bz \\ U_2(X, Y, Z, t) &= C + Dz \\ U_2(X, Y, Z, t) &= R + Mz \end{aligned} \right\}, \quad (20)$$

де  $A, B, C, D, K, M$  – відповідні коефіцієнти;  
 $Z$  – змінна величина.

Розглядаючи вираз (20), отримаємо наступну систему лінійних рівнянь, на основі якої визначаються невідомі коефіцієнти:



$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 B = q(X, Y, t) \\ \lambda_1(BZ_1) = \lambda_2(DZ_1) \\ \lambda_1(BZ_1) = \lambda_2(DZ_1) \\ \lambda_2(BZ_2) = \lambda_3(MZ_2) \\ \lambda_1(BZ_1) = \lambda_2(DZ_1) \\ (A + BZ_1) = (C + DZ_1) \\ (C + DZ_2) = (K + MZ_2) \\ \lambda_3(MZ_3) = \alpha_3(K + MZ_3) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} B = \frac{1}{\lambda_1} q(X, Y, t), \\ D = \frac{1}{\lambda_2} q(X, Y, t), \\ M = \frac{1}{\lambda_3} q(X, Y, t), \\ A = \left[ \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 + \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_3}\right) Z_2 + \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) Z_1 \right] q(X, Y, t), \\ C = \left[ \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 + \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_3}\right) Z_2 \right] q(X, Y, t), \\ K = \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 q(X, Y, t). \end{array} \right\}$$

Позначивши

$$F_j(X, Y, Z, t) = W_j(X, Y, Z, t) + V_j(X, Y, Z, t),$$

А також застосовуючи вираз (19), підставивши його в (8), (10), (13) - (18), одержуємо наступні крайові умови для визначення функції  $U_j(X, Y, Z, t)$  та  $F_j(X, Y, Z, t)$ :

$$\left. \begin{array}{l} \left[ -\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial U_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=0} = q(X, Y, Z, t) \\ \left[ -\frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial U_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \lambda_{j+1} \frac{\partial U_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=Z_j} \end{array} \right\}, \quad (21)$$

$$\left. \begin{array}{l} [U_j(X, Y, Z, t) + U_{j+1}(X, Y, Z, t)]_{Z=Z_j} \\ \left[ \lambda_3 \frac{\partial U_3(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \alpha_3 U_3(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_j} = 0 \\ [U_j(X, Y, Z, t)]_{t=0} = 0 \end{array} \right\}, \quad (22)$$

$$\left. \begin{array}{l} \left[ -\lambda_3 \frac{\partial F_1(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=0} = 0 \\ [F_j(X, Y, Z, t) = F_{j+1}(X, Y, Z, t)]_{Z=Z_j} \\ \left[ \lambda_3 \frac{\partial F_3(X, Y, Z, t)}{\partial Z} + \alpha_3 F_3(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_3} = 0 \\ [F_j(X, Y, Z, t) = -U_j(X, Y, Z, t)]_{t=0} \\ \left[ \lambda_j \frac{\partial F_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \lambda_{j+1} \frac{\partial F_{j+1}(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=Z_j} \end{array} \right\}, \quad (23)$$

$$\frac{1}{a_j} \frac{\partial F_j(X, Y, Z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 F_j(X, Y, Z, t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 F_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 F_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z^2} + f_j(X, Y, Z, t), \quad (24)$$

де  $f_j(X, Y, Z, t)$  - функція, що встановлюється згідно з наступним виразом

$$f_j(X, Y, Z, t) = \frac{\partial^2 U_j(X, Y, Z, t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z^2} + \frac{1}{a_j} \frac{\partial^2 U_j(X, Y, Z, t)}{\partial t}, \quad (25)$$

Використовуючи систему (21), отримаємо наступне:

$$\left. \begin{aligned} U_1(X, Y, Z, t) &= \left[ \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 + \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_3}\right) Z_2 + \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) Z_1 - \frac{1}{\lambda_1} Z_1 \right] q(X, Y, t), \\ U_2(X, Y, Z, t) &= \left[ \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 + \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_3}\right) Z_2 - \frac{1}{\lambda_1} Z_1 \right] q(X, Y, t), \\ U_3(X, Y, Z, t) &= \left[ \left(1 + \frac{\alpha_3}{\lambda_3}\right) Z_3 - \frac{1}{\lambda_1} Z_1 \right] q(X, Y, t). \end{aligned} \right\}, \quad (26)$$

Застосовуючи рівняння розподілу густини теплового потоку (3), з рівняння (25) визначена функція:

$$f_j(X, Y, Z, t) = \left[ \left(1 + (X - Vt)^2 4k_0^2\right) - \left(1 + \frac{V}{a_j} (X - Vt)\right) 2k_0 \right] U_j(X, Y, Z, t), \quad (27)$$

б) Крайова задача з однорідним диференціальним рівнянням, граничними умовами та неоднорідними початковими умовами.

Математичне формулювання даної крайової задачі представлено в наступному вигляді:

$$\frac{1}{a_j} \frac{\partial W_j(X, Y, Z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 W_j(X, Y, Z, t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z^2}, \quad (28)$$

$$[W_j(X, Y, Z, t) = -U_j(X, Y, Z, t)]_{t=0} = -\Phi(X, Y, Z, t), \quad (29)$$

$$[W_j(X, Y, Z, t)]_{X=1-0}; \left[ \frac{\partial W_j(X, Y, Z, t)}{\partial X} \right]_{X \rightarrow \infty}, \quad (30)$$

$$\left[ \frac{\partial W_1(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=0} = 0, \quad (31)$$

$$\left[ \lambda_j \frac{\partial W_j(X, Y, Z, t)}{\partial Z} = \lambda_{j+1} \frac{\partial W_{j+1}(X, Y, Z, t)}{\partial Z} \right]_{Z=Z_j}, \quad (32)$$

$$\left[ W_j(X, Y, Z, t) = W_{j+1}(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_j}, \quad (33)$$

$$\left[ \lambda_3 \frac{\partial W_3(X, Y, Z, t)}{\partial Z} + \alpha_3 W_3(X, Y, Z, t) \right]_{Z=Z_3} = 0, \quad (34)$$

$$\left[ \frac{\partial W_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \left[ \frac{\partial W_j(X, Y, Z, t)}{\partial Y} \right]_{Y=b}.$$

Задача у декартовій системі координат відноситься до тримірних. Розв'язок проводиться у вигляді добутку власних функцій вздовж напрямку кожної з координат. Для визначення власних функцій та значень застосовуємо три задачі. Штурма-Лівуїлля [18, 21], які сформульовані для звичайних диференціальних рівнянь.

Метод Фур'є (метод відокремлення змінних) вимагає представити розв'язок однорідного диференціального рівняння (28) у вигляді добутку певних функцій, які є розв'язками відповідних одномірних задач:

$$W_j(X, Y, Z, t) = H_{xj}(Xt) \times H_{yj}(Yt) \times H_{zj}(Zt), \quad (35)$$

або

$$W_j(X, Y, Z, t) = \psi_j(X, Y, Z, t) \times B_j(t), \quad (36)$$

де  $\psi_j(X, Y, Z, t)$  - власна функція розв'язування одномірних задач;

$H_j(t)$ ,  $B_j(t)$  - функції, що забезпечують відокремлення змінних величин.

Підставляючи вираз (35) в (28) отримано:

$$H_{xj} H_{zj} \left( \frac{\partial^2 H_{xj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{xj}}{\partial t} \right) + H_{xj} H_{zj} \left( \frac{\partial^2 H_{yj}}{\partial Y^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{yj}}{\partial t} \right) + H_{xj} H_{yj} \left( \frac{\partial^2 H_{zj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{zj}}{\partial t} \right) = 0. \quad (36)$$

Поділивши отримане на добуток  $H_{xj} \times H_{yj} \times H_{zj}$  встановлюємо

$$\frac{1}{H_{xj}} \left( \frac{\partial^2 H_{xj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{xj}}{\partial t} \right) + \left( \frac{\partial^2 H_{yj}}{\partial Y^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{yj}}{\partial t} \right) \frac{1}{H_{yj}} + \left( \frac{\partial^2 H_{zj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{zj}}{\partial t} \right) \frac{1}{H_{zj}} = 0. \quad (37)$$

Далі розглядаються три однорідні задачі на визначення власних значень та власних функцій:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_{xj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{xj}}{\partial t} &= 0; \\ \frac{\partial H_{yj}}{\partial Y^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{yj}}{\partial t} &= 0; \\ \frac{\partial H_{zj}}{\partial X^2} - \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{zj}}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

або в загальному вигляді:

$$\frac{\partial H_{\sigma j}}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial H_{\sigma j}}{\partial t}, \quad (39)$$

де  $\sigma$  – узагальнююча координата ( $\sigma = \{X, Y, Z\}$ )

Отримані залежності дозволяють за допомогою ПЕОМ якісно описати достатньо складні зі своєю фізичною сутністю технологічні процеси надтонкого абразивного шліфування новітніх марок важкооброблюваних композитних матеріалів на основі алюмінію. Зокрема створені математичні моделі здатні вирішувати практичні задачі по оптимізації режимів абразивного оброблення (швидкість шліфувального круга, поздовжня подача, глибина різання), виходячи з вимог досягнення нормативних параметрів якості поверхонь деталей, які (згідно заданих умов) повинні бути прошліфовані відповідними абразивними інструментами, та врахування фізико-механічних властивостей композитів.

**Висновки.** Узагальнюючи виконані дослідження, необхідно зробити важливі як наукові, так і практичні висновки.

1. Вперше виконано теоретичне дослідження теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею композитних зносостійких деталей машинних комплексів при шліфуванні новітніх композиційних сплавів на основі алюмінію.

2. З використанням теорії лінійних перетворень та застосовуючи засадничі положення методів тонкого абразивного оброблення створені математичні моделі, які дозволяють якісно описати надскладні процеси теплової контактної взаємодії ріжучих абразивних зерен шліфувального круга та формування теплових джерел впливу на параметри якості поверхонь оброблення.

3. Нові підходи для аналізу теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею оброблення враховують різні фактори технологічного процесу тонкого абразивного шліфування - швидкість обертання шліфувального круга, поздовжньої подачі, глибини різання (натягу), фізико-механічних властивостей композиту, характеристики абразивного зерна.

4. Виконаний комплекс теоретичних досліджень теплових джерел контактної взаємодії абразивних зерен з поверхнею деталі дозволяє (при розробці технологічних процесів в умовах реального виробництва) робити попереднє оцінювання можливого рівня миттєвих температур, утворених при зрізанні тонких стружок ріжучими кромками абразиву і дати експрес-оцінку рівня параметрів якості (шорсткість, наклеп), що мають бути досягнуті застосуванням для обробки того чи іншого технологічного процесу оздоблювання.

5. Отримані математичні моделі дозволяють за допомогою ПЕОМ вирішувати і зворотні задачі по рівню теплових всплесків контактних джерел, які суттєво впливають на на параметри якості поверхні, призначати раціональні режими шліфування нових марок композитних сплавів і забезпечити виконання високих вимог до поверхонь деталей пар тертя з метою досягнення сучасних показників надійності, довговічності та зносостійкості.

6. Подальші дослідження доцільно спрямувати та вивчення особливостей теплоутворення при тонкому абразивному шліфуванні високолегованих композиційних сплавів на основі важкооброблюваних інструментальних і штампових сталей.

#### Список використаної літератури

1. Роїк Т. А., Киричок П. О., Гавриш А. П. Композиційні підшипникові матеріали для підвищених умов експлуатації: монографія. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 404 с.
2. Киричок П.О., Роїк Т.А., Шевчук А. В., Гавриш А.П., Лотоцька О. І. Технологія поліграфічного машинобудування: Учбовий посібник.– К.: вид. НТУУ «КПІ», 2014.– 404 с.
3. Патент України № 60174 А, МКИ С22С 21/02. Порошковий антифрикційний матеріал на основі алюмінію /Комнацький О. Л., Роїк Т. А., опубл. 15.09.2003, Бюл. №9.
4. Пат. 34407 Україна, МКИ С22С21/02 Композиційний підшипниковий матеріал на основі алюмінію /Роїк Т. А., Гавриш А. П, Гавриш О. А., Холявко В. В., Прохоренко О. М. – опубл. 11.08.08, Бюл. № 15.

5. Патент України №26862, МКИ С22С21/02. Антифрикційний матеріал на основі алюмінію/Роїк Т.А., Гавриш А.П., Киричок П.О., Гавриш О.А. – опубл. 10.10.2007, Бюл. №16.
6. Патент України № 75523, МПКС22С21/02(2006.01) Зносостійкий матеріал на основі алюмінієвого сплаву/Роїк Т. А., Гавриш А. П., Гавриш О.А., Киричок П.О., Віцок Ю.Ю., Мельник О. О., Замулко С.О., Дорфман І. Є. опубл. 10.12.2012, Бюл. № 23.
7. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов, - М.: «Машиностроение», 1974 - 320 с.
8. Маталин А. А. Технологические методы повышения долговечности деталей машин. К.: Техника, 1971– 144 с.
9. Байкалов А. К. Введение в теорию шлифования– К.: Наукова думка, 1978– 207 с.
10. Мазур М. П., Внуков Ю. М., Доброскок В. Л., Залога В. О., Новоселов Ю. К., Якубов Ф. Я. Основы теории резания материалов: Підручник/Під заг. ред. М. П. Мазура. – Львів.: Новий світ, 2010. – 423 с.
11. Лавриненко В. І., Новіков М. В. Надтверді абразивні матеріали в механообробці: Енциклопедичний довідник/Під заг. ред. акад. НАН України М. В. Новікова. К.: вид. ІНМ ім. В. М. Бакуля НАН України, 2013. – 456 с.
12. Гавриш А.П., Віцок Ю.Ю., Роїк Т.А., Киричок П.О. Динамічне зміцнення поверхонь композитних деталей тертя друкерських машин тонким шліфуванням// Технологія і техніка друкарства. – 2013, №4.- С. 61 – 72.
13. Віцок Ю.Ю., Роїк Т.А., Киричок П.О., Гавриш А.П. Аналіз температурного поля при динамічному ударі абразивного зерна в процесі шліфування композитних деталей тертя друкерських машин // Технологія і техніка друкарства. - №1(43), 2014,. С. 70 - 81.
14. Гавриш А.П., Киричок П.О., Роїк Т.А., Віцок Ю.Ю., Гавриш Ю.О. Аналіз температур при тонкому ельборовому шліфуванні деталей з композитів на сонові відходів інструментальних сталей //Международ. сб. науч. трудов «Прогрессивные технологии и системы машиностроения». – Донецк: ДонНТУ, 2014. – Вып. 1(47) – С. 85 - 90.
15. Гавриш А.П., Роїк Т.А., Киричок П.О., Віцок Ю.Ю. Миттєві контактні температури при тонкому алмазному шліфуванні деталей з композитних матеріалів на основі відходів відходів інструментальних //Наукові Вісті НТУУ «КПІ».- №1.-2014.-С. 54 – 57.
16. Резников А.Н., Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах. - М.: Машиностроение, 1990. — 288 с.
17. Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат 1983. - 328 с.
18. Беляев Н. М., Рядно О. А. Математические методы теплопроводности. . – Київ : Вища школа, 1993 . – 415 с.
19. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.:Физматлит, 1962. – 708с.
20. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 480 с.
21. Положий Г.Н. Уравнения математической физики.- М: Наука. 1964. 560 с.

## **ТЕПЛОВЫЕ ИСТОЧНИКИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АБРАЗИВНЫХ ЗЕРЕН С ПОВЕРХНОСТЬЮ ИЗНОСОСТОЙКИХ КОМПОЗИТНЫХ ДЕТАЛЕЙ МАШИННЫХ КОМПЛЕКСОВ ПРИ ШЛИФОВАНИИ**

ГАВРИШ А.П., РОИК Т.А., ДОРФМАН И.Е., ОЛИЙНЫК В. Г.

*Национальный технический университет Украины «Киевский Политехнический Институт»*

**Цель.** Целью работы является исследование тепловых источников контактного взаимодействия абразивных зерен с поверхностью износостойких композитных деталей машинных комплексов.

**Методика.** Исследования выполнялись с использованием математических методов линейных преобразований с учетом базовых положений теории абразивного шлифования деталей машинных комплексов предприятий легкой и пищевой промышленности, а также для полиграфической техники. Обработка деталей производилась на прецизионном плоскошлифовальном станке FF-250 “Abawerk” (ФРГ) мелкозернистым эльборовыми кругами на эластичной бакелитно-резиновой связке. Образцы для экспериментов были изготовлены методами порошковой металлургии из композиционных

материалов на основе отходов алюминиевых сплавов АК12М2МгН, АМ4,5Кд, АК8М3ч та АК12ММгН + (9 – 12 %) МоS<sub>2</sub>.

**Результаты.** Доказано, что тепловые параметры точечных источников контакта абразивных зерен шлифовальных кругов с поверхностью обработки деталей из износостойких композитов новейших марок существенно влияют на формирование параметров качества поверхностного слоя. Особое влияние оказывают скорость шлифовального инструмента, его геометрические размеры, параметры абразивного зерна, глубина слоя срезания и продольная подача инструмента. Показано, что минимизация этих технологических факторов способствует улучшению качества обработки.

**Научная новизна.** Впервые выполнено с использованием математических методов линейных преобразований теоретическое исследование влияния тепловых источников контактного взаимодействия абразивных зерен с поверхностью обработки для условий динамического и быстротекущего процесса абразивного шлифования износостойких композиционных материалов.

**Практическая значимость.** Полученные теоретические результаты позволяют оценить влияние технологических факторов абразивной обработки шлифованием на формирование мгновенных контактных температур в зоне резания абразивного зерна а на этой основе назначить рациональные режимы обработки поверхностей деталей, которые обеспечивают получение наилучших показателей качества поверхностей (параметров шероховатости  $R_a$ , наклепа и глубины проникновения в поверхностный слой тела детали).

**Ключевые слова:** *тепловой источник, контактное взаимодействие, абразивные зерна, шлифование, качество поверхности, композиционные материалы.*

## THE SOURCES OF THE HEAT AT CONTACT OF THE INTERACTION ABRASIVE GRAINES WITH THE SUPFACE OF THE HIGHT-ALLOED COMPOSITE DETAILS MACHINERY COMPLEXES AT GRINDING

GAVRISH A. P., ROIK T. A., DORFMAN I. E., OLIYNIK V. G.

*National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"*

**Purpose:** The purpose of work is research of the sources heat at contact of the interaction abrasive grains with the surface of the high-alloed composite details machinery complexes at grinding.

**Methodology.** The researches have been made with use of the methods linears' reconstructions and basic knowledge of the theory abrasive grinding details machinery complexes of the plants light and food industry, also for the printing technics. Grinding of the details was made on the precision grinding equipment FF-250 "Abawerk" (Germany) eldor discs with size of the grain 10 – 28  $\mu\text{m}$  on the elastic bacelit-resin bond. The samples were manufactured by the powder metallurgy from composite materials based on aluminum alloys wasted, such ass АК12М2МгН, АМ4,5Кд, АК8М3ч and АК12ММгН + (9– 12 %) МоS<sub>2</sub>.

**Findings.** It was demonstrated that the sources of the heat in the point contact of abrasive grains grinding disc with the friction surface of the details from the new type high-allowed composites essentially influence on the formation of the parameters quality the surface layers. The exclusive influence have the rapid of grinding discs, his geometrical size, the parameters of the abrasive grain layer of the cutting material and longitudinal feeding of the instrument. It was shown, that minimization these technological factors are going to the most quality grinding surfaces.

**Originality.** Theoretical results of the research, which were constitute, have been made price of the influence technological factors abrasive cutting at grinding on the formation of momentary contact temperatures in the zone on the end of the abrasive grain' cutting edge and on this base made the recommendation at using of the rational parameters grinding of the surface details, with give the high requirements of the quality (parameters of the roughness, cold-work strengthening and his layer) .

**Practical value.** It was developed the recommendations for choice of cutting parameters for elbor grinding of parts for different purposes that are manufactured from composite alloys based on aluminum alloys wasted and which ensure the requirements for necessary parameters of surface roughness.

**Keywords:** *sources of the heat, contact of the interaction, abrasive grains, grinding, composite alloy, quality of surface, composite materials.*